Chapitre 0 : Introduction

1. Grandeurs physiques et dimensions

Les sciences physiques ont pour but d'établir une théorie permettant d'interpréter des phénomènes naturels ou des expériences. Pour cela, on établit des modèles mathématiques (ensemble d'équations) mettant en jeu des grandeurs physiques.
exemples : chute d'une bille, oscillation d'une masse fixée ou bout d'un ressort…
Un modèle sera validé par comparaison, pour une grandeur physique donnée, des mesures expérimentales aux valeurs déduites du modèle. A l'aide de ces modèles, on pourra prédire les résultats de futures expériences.
Il apparaît que certaines grandeurs physiques peuvent être comparées entre elles. D'un point de vue mathématiques, cela revient à les additionner ou les soustraire.

2. Les dimensions de base

Toutes les dimensions rencontrées en sciences physiques s'expriment sous forme de produits et/ou de quotients des sept dimensions de base qui sont :
- longueur L
- temps T
- masse M
- température θ
- intensité électrique I
- quantité de matière N
- intensité lumineuse J

exemple : la dimension d'une vitesse

$$[vitesse] = L.T^{-1}$$

Exercice : calculer la dimension d'une énergie
Corrigé : Pour cela, on peut partir de l'expression de l'énergie cinétique :

$$[énergie] = \left[\frac{1}{2}mv^2\right] = M.L^2.T^{-2}$$

Exercice : calculer la dimension d'une résistance puis en déduire celle d'une tension.
Corrigé : on utilise l'expression de la puissance dissipée par effet Joule et la loi d'Ohm.

$$[puissance] = \left[RI^2\right] = \frac{[énergie]}{[temps]} = M.L^2.T^{-3}$$

soit

$$[R] = \frac{[puissance]}{\left[I^2\right]} = M.L^2.T^{-3}.I^{-2}$$

$$[U] = [RI] = M.L^2.T^{-3}.I^{-1}$$

3. Unités

Afin d'effectuer des mesures et éventuellement de les comparer, on doit disposer d'une référence commune appelée unité de mesure. En sciences physiques, on utilise les unités du système international (S.I). Pour les sept dimensions de base, on a :

- longueur L en mètre (m)
- temps T en seconde (s)
- masse M en kilogramme (kg)
- température θ en Kelvin (K)
- intensité électrique I en Ampère (A)
- quantité de matière N en mole (mol)
- intensité lumineuse J en candela (cd)

4. Lois physiques et homogénéité

Les lois physiques doivent être écrites de manière homogène, en ne comparant que des quantités de mêmes dimensions. On doit ainsi vérifier :

- seules des grandeurs de même dimension sont additionnées ou soustraites.
- une égalité entre deux grandeurs implique que celles-ci soient de même dimension.

5. Règles de calcul dimensionnel

- certaines grandeurs peuvent être sans dimension ; on dit qu'elles sont adimensionnées

exemple : le rapport entre le diamètre et la hauteur d'un cylindre

$$\left[\frac{diamètre}{hauteur}\right] = \frac{L}{L} = \varnothing$$

- les angles (exprimés en radian) seront considérés comme adimensionnés ; on précisera néanmoins toujours leur unité.
- les arguments des principales fonctions usuelles $(\cos, \sin, \tan, \exp, \ln, \ldots)$ seront toujours adimensionnés

Attention : la fonction $\ln$ peut parfois prêter à confusion. En effet, on a

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$$

Les termes $\ln(a)$ et $\ln(b)$ semblent poser problème puisque a et b peuvent avoir une dimension. De ce fait, il est préférable de conserver le logarithme d'un quotient.

Exercice : lors de l'étude d'un système en mécanique, on trouve l'équation différentielle suivante

$$\frac{dv}{dt} + \frac{\lambda}{m}v = \frac{kl}{m}\cos\left(\frac{2\alpha}{m}\right)$$

où v est la vitesse du système, m sa masse, λ est lié à une force de frottement proportionnelle à la vitesse $\vec{f} = -\lambda\vec{v}$, k est la constante de raideur d'un ressort et k est la constante de raideur d'un ressort et l son allongement $\vec{f} = -k\vec{l}$, enfin α est un angle.
Cette équation est-elle homogène ?

Corrigé :

$$\left[\frac{2\alpha}{m}\right] = M^{-1}$$

L'argument de la fonction cosinus n'est pas adimensionné ; il y a donc forcément une erreur dans l'expression de la loi.

6. Autre application

Par analyse dimensionnelle, on peut établir à un coefficient multiplicatif près l'expression d'une grandeur physique.

Exercice : A l'aide de l'analyse dimensionnelle, déterminer l'expression de la période T_0 d'un pendule de masse m, de longueur l placé dans le champ de pesanteur g.
Corrigé : on a

$$[g] = L.T^{-2} \text{ et } [l] = L$$

On obtient ainsi

$$[T_0] = T = \sqrt{\frac{[l]}{[g]}}$$

On écrit

$$T_0 \propto \sqrt{\frac{l}{g}}$$

7. Exercices d'entraînement

★ Établir la dimension d'une force en fonction des dimensions de base.
★ Simplifier l'unité suivante du système international :

$$\frac{J.N}{W.kg}$$

★ Dans une expérience, on mesure la température T d'un système en fonction d'une fréquence de rotation ν (en tours par seconde).
  - Imaginer un système physique correspondant à cette situation.
  - En quelle unité du système international doit-on exprimer la dérivée $T'(\nu)$?